الكلية	العلوم
القسم	الجيولوجي
المادة باللغة الانجليزية	Mathematics
المادة باللغة العربية	الرياضيات
المرحلة الدراسية	الأولى
اسم التدريسي	عمر محمد فخري
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	**Area between curves - part 2**
عنوان المحاضرة باللغة العربية	المساحة بين المنحنيات - الجزء الثاني
رقم المحاضرة	7
المصادر والمراجع	Thomas GB, Finney RL, Weir MD, Giordano FR. Thomas' calculus. Reading: Addison-Wesley; 2003.

$$A_1 = \int_0^{\pi/4} \cos 2x \, dx = \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\pi/4} = \frac{1}{2}$$

$$A_2 = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos 2x \, dx = \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{-1}{2}$$

$$A = |A_1| + |A_2| = \left|\frac{1}{2}\right| + \left|\frac{-1}{2}\right| = 1 \quad unit^2$$

** المساحة المحددة بمنحنيين او منحني دالتين

$f(x) = \text{------}$ دالة (1)

$g(x) = \text{-----}$ دالة (2)

لايجاد المساحة بين الدالتين نتبع التالي :

I. $f(x) = g(x) \rightarrow \boxed{f(x) - g(x) = 0} \rightarrow$ دالة (3)

II. ايجاد قيمة (x) من دالة (3) .

III. إجراء عملية التكامل للدالة (3) . مع الاخذ بنظر الاعتبار ترتيب الدالة .

(9) جد المساحة المحددة بالدالتين $y = x^2 , \quad y = x^4 - 12$

$$x^4 - 12 = x^2 \Rightarrow \boxed{x^4 - x^2 - 12 = 0}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$$

اما $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

او $x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 \neq -3$ يهمل

$$\int_{-2}^{2} x^4 - x^2 - 12 \, dx$$

$-2 \qquad A \qquad 2$

$$A = \int_{-2}^{2} (x^4 - x^2 - 12) \, dx = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} - 12x \right]_{-2}^{2}$$

$$= \frac{-608}{15}$$

$$\therefore A = \left| \frac{-608}{15} \right| = \frac{608}{15} \text{ unit}^2$$

University of Anbar
Science College
Geology Department

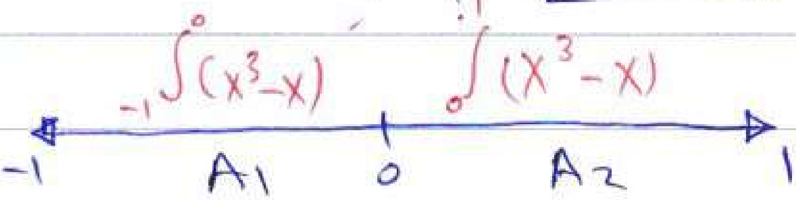
Mathematics
Lecture No
5-12

(10) جد مساحة المنطقة المحددة بين المنحني $(y = x^3)$ والمستقيم $(y = x)$.

$$x^3 = x \longrightarrow \boxed{x^3 - x = 0}$$

$$x(x^2-1)=0 \longrightarrow \text{اما} \quad \boxed{x=0}$$

$$\text{او} \quad x^2-1=0 \longrightarrow \boxed{x=\pm 1}$$



$$A_1 = \int_{-1}^{0} (x^3 - x)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} = \frac{1}{4}$$

$$A_2 = \int_{0}^{1} (x^3 - x)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1} = \frac{-1}{4}$$

$$A = |A_1| + |A_2| = \left|\frac{1}{4}\right| + \left|\frac{-1}{4}\right|$$

$$A = \frac{1}{2} \quad \text{unit}^2$$

(11) جد المساحة المحددة بالدالتين $y = \sqrt{x-1}$ ، $y = \frac{1}{2}x$
للفترة $[2,5]$

$$\frac{1}{2}x = \sqrt{x-1}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}x - \sqrt{x-1} = 0}$$

$$\frac{1}{2}x - \sqrt{x-1} = 0 \longrightarrow \frac{1}{2}x = \sqrt{x-1}$$ (بالتربيع)

$$\frac{1}{4}x^2 = x - 1 \longrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x-2) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\int_2^5 \frac{1}{2}x - \sqrt{x-1}$$

$$2 \longleftarrow A \longrightarrow 5$$

$$A = \int_2^5 \left(\frac{1}{2}x - \sqrt{x-1}\right) dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{4} - \frac{2}{3}\sqrt{(x-1)^3}\right]_2^5 = \frac{7}{12}$$

$$\therefore A = \left|\frac{7}{12}\right| = \frac{7}{12} \quad unit^2$$

(12) جد المساحة المحددة بالدالتين $g(x) = \sin x \cos x, \; (f(x) = \sin x)$
للفترة $[0, 2\pi]$.

$$\boxed{\sin x \cos x - \sin x = 0}$$

$$\sin x (\cos x - 1) = 0$$

اما $\sin x = 0 \Rightarrow x = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \pi \\ 2\pi \end{array} \right\}$

او $\cos x - 1 = 0 \Rightarrow x = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 2\pi \end{array} \right\}$

$\int_0^{\pi} (\sin x \cos x - \sin x)$ $\quad$ $\int_{\pi}^{2\pi} (\sin x \cos x - \sin x)$

$0 \quad A_1 \quad \pi \quad A_2 \quad 2\pi$

$$A_1 = \int_0^{\pi} (\sin x \cos x - \sin x)\, dx = \left[\frac{1}{2} \sin^2 x + \cos x \right]_0^{\pi}$$

$$= -2$$

$$A_2 = \int_{\pi}^{2\pi} (\sin x \cos x - \sin x)\, dx = \left[\frac{1}{2} \sin^2 x + \cos x \right]_{\pi}^{2\pi}$$

$$= 2$$

$$A = |A_1| + |A_2| = |-2| + |2| = 4 \text{ unit}^2$$

(13) جد المساحة المحددة بالدالتين $(f(x) = 2\sin x + 1)$, $(g(x) = \sin x)$
حيث انه الفترة $[0, \frac{3\pi}{2}]$.

$$2\sin x + 1 = \sin x$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin x + 1 = 0}$$

$\therefore \sin x = -1$

$x = \{\frac{3\pi}{2}\}$

$\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \sin x + 1$

$0 \quad A \quad \frac{3\pi}{2}$

$$A = \int_0^{3\pi/2} (\sin x + 1)\, dx = \Big[-\cos x + x\Big]_0^{\frac{3\pi}{2}}$$

$$= \frac{3\pi}{2} + 1$$

$$\therefore A = \left|\frac{3\pi}{2} + 1\right| = \underbrace{\frac{3\pi}{2} + 1}$$

يمكن جمعها او تركها بالصورة اعلاه

(14) جد المساحة المحددة بالدالتين $(f(x)=\cos x)$ و $(g(x)=\sin x)$
للفترة $\left[-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\cos x = \sin x$$

$$\boxed{\cos x - \sin x = 0}$$

نجد قيمة (X)

$$\cos x - \sin x = 0 \qquad (\div \cos x)$$

$$1 - \tan x = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \\ \underbrace{\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}}_{\text{تهمل}} \end{cases}$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/4} \cos x - \sin x \qquad \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos x - \sin x$$

$$-\frac{\pi}{2} \quad A_1 \quad \frac{\pi}{4} \quad A_2 \quad \frac{\pi}{2}$$

$$A_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\, dx = \Big[\sin x + \cos x\Big]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} + 1$$

$$A_2 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x)\, dx = \Big[\sin x + \cos x\Big]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \sqrt{2}$$

$$A = |A_1| + |A_2| = |\sqrt{2}+1| + |1-\sqrt{2}|$$

$$= \sqrt{2} \cancel{+1} + \sqrt{2} \cancel{-1}$$

$$A = 2\sqrt{2} \quad unit^2$$