الكلية	كلية العلوم
القسم	الكيمياء
المادة باللغة الانجليزية	Science of principles of statistics
المادة باللغة العربية	علم مبادئ الاحصاء
المرحلة الدراسية	الثانية
اسم التدريسي	م.د. محمد اسماعيل خلف حمادي
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	Normal distribution
عنوان المحاضرة باللغة العربية	التوزيع الطبيعي
رقم المحاضرة	7
المصادر والمراجع	الراوي، خاشع محمود. 1989. المدخل الى الإحصاء. وزارة التعليم العالي والبحث العلمي. جامعة الموصل.
	طبيه، احمد عبدالسميع. 2007. مبادئ الإحصاء، عمان. دار البداية. ر.أ: www.daralbedayah.com (2007/6/1709)
	David, M. Lane. Introduction to Statistics. Online Edition.

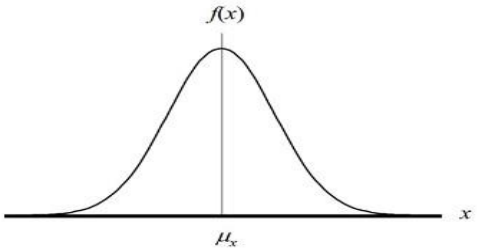
محتوى المحاضرة

التوزيع الطبيعي Normal distribution

يعتبر التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات المستمرة التي تستخدم في مجالات الاحصاء.

أن اهمية التوزيع الطبيعي ترجع الى:

1- أن كثيرا من المتغيرات تتوزع توزيعا طبيعياً. فمعظم الصفات البيولوجية والنفسية والاجتماعية وغيرها يكون توزيعها مشابها للتوزيع الطبيعي أو مقاربا له.
2- توزيعات المعاينة لمتوسطات العينات تكون مقاربة للتوزيع الطبيعي ويزداد هذا التقارب كلما زاد حجم العينة.
3- إمكانية تحويل توزيعات كثيرة الى التوزيع الطبيعي.
4- أن معظم الاختبارات المستخدمة في الاستنتاج الاحصائي مبنية على كون المتغير يتوزع توزيعا طبيعياً.



شكل منحنى التوزيع الطبيعي

أذا كان المتغير العشوائي X يتوزع توزيعا طبيعيا وله وسط حسابي μ وتباين σ^2 فأن معادلة المنحنى الطبيعي هي

$$f(x) = \frac{e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

حيث أن:

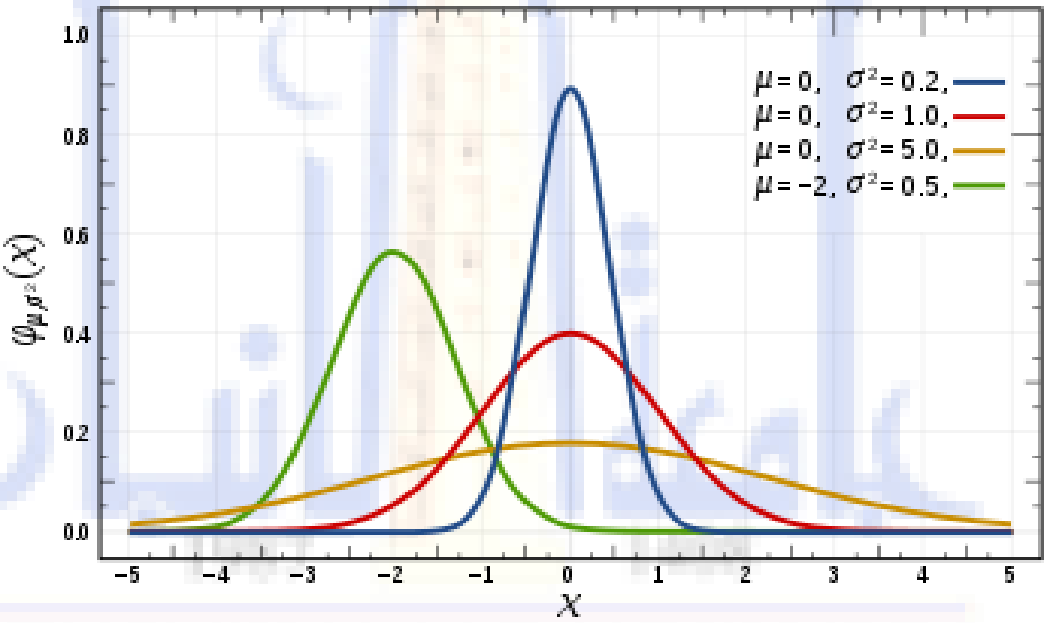
π = 3.14

e = 2.71

هذا ويطلق على $f(x)$ دالة التوزيع الاحتمالي وهي تمثل المحور الصادي وقيم X تمثل المحور السيني وأن مجموع المساحة الكلية الواقعة تحت المنحنى يساوي واحد.

أن دالة التوزيع تعتمد على شيئين هما الوسط الحسابي μ والتباين σ^2

وأن قيمهما تحددان موقع وشكل المنحنى الطبيعي كما هو موضح في الشكل التالي:



مما سبق يمكن تلخيص خواص المنحنى الطبيعي كما يلي:

1- شكل المنحنى يكون على هيئة ناقوس او جرس

2- تتركز المشاهدات حول الوسط الحسابي ويكون المنحنى متماثلا حول الوسط الحسابي بحيث يقسمه الى قسمين متساويين ولذلك فأن ارتفاع المنحنى حول $y=\mu + 2\sigma$ مثلا يكون بالضبط مساويا لارتفاع المنحنى حول $y=\mu - 2\sigma$

وكنتيجة لهذا التماثل فأن الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهم نفس القيمة

3- أن طرفي المنحنى يتناقص بالارتفاع كلما ابتعدنا عن الوسط الحسابي ولكنهما لا يتقاطعان مع المحور السيني أبدا وعمليا فأن المساحة الموجودة بعد $y=\mu \pm 3\sigma$ ليس لها أهمية أي ان المساحة المحصورة بين $y=\mu + 3\sigma$ و $y=\mu - 3\sigma$ هي المهمة

حيث أن:

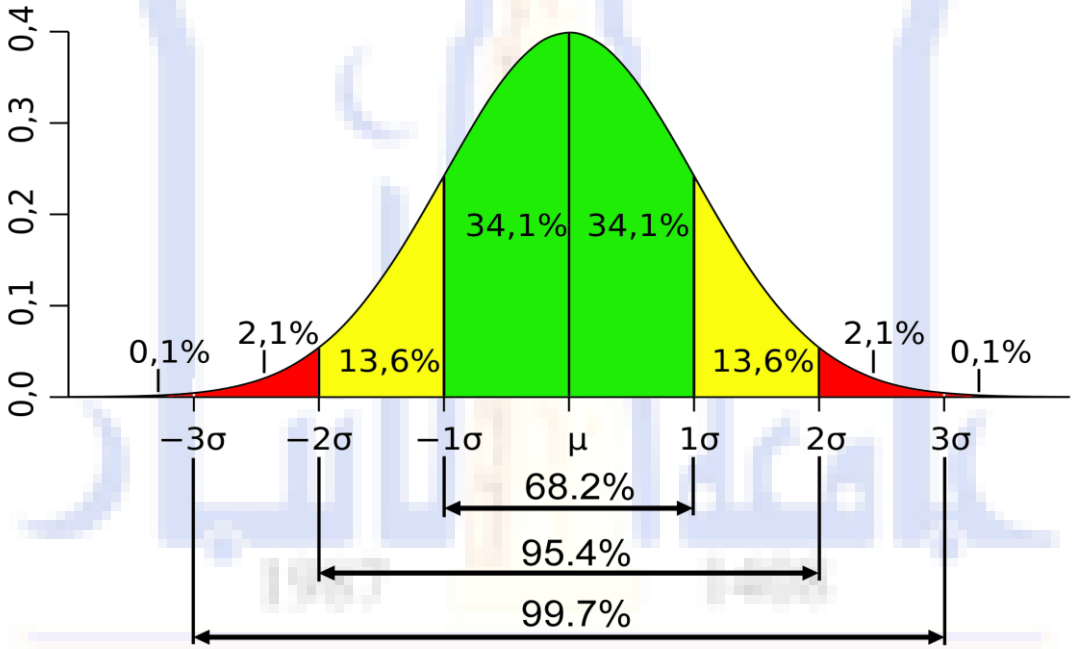
- المساحة بين $\mu + \sigma$ و $\mu - \sigma$ هي 68.27% من مجموع المساحة أو بعبارة أخرى أن 68.27% من المشاهدات تقع بين $\mu + \sigma$ و $\mu - \sigma$ أي

$P\ (\mu - \sigma < y < \mu + \sigma) = 68.27$

والمساحة بين $\mu + 2\sigma$ و $\mu - 2\sigma$ هي 95.45% من مجموع المساحه أي أن 95.45% من المشاهدات تقع بين $\mu + 2\sigma$ و $\mu - 2\sigma$ أي 95.45% $y < \mu +$

$P\ (\mu - 2\sigma < 2\sigma) =$

- والمساحة بين $\mu + 3\sigma$ و $\mu - 3\sigma$ هي 99.73% من مجموع المساحة أي أن 99.73% من المشاهدات تقع بين $\mu + 3\sigma$ و $\mu - 3\sigma$ أي 99.73% $= (\mu - 3\sigma < y < \mu + 3\sigma)$ P



- أن مجموع المساحة الكلية تحت المنحني الطبيعي =1

4- يكون المنحنى متماثل على جانبي العمود المقام على الوسط الحسابي، أي أن نسبة القيم التي تزيد أو تساوي xμ تمثل 50% من مجموع القيم، وأن نسبة القيم التي تساوي أو تقل عن xμ تمثل 50%

5- الوسط الحسابي والوسيط والمنوال متساوية في هذا التوزيع.

-6

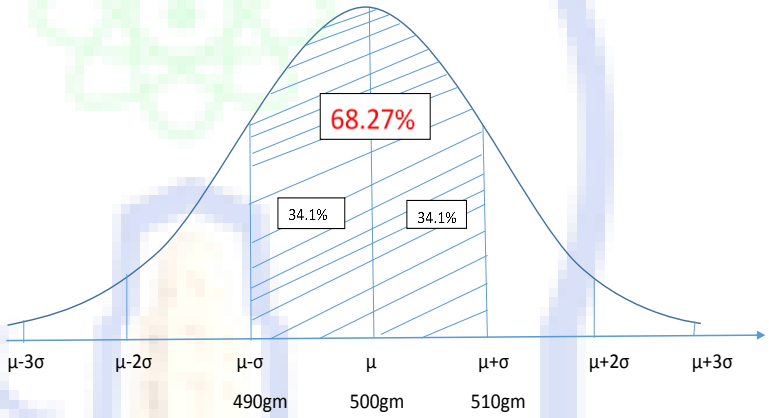
حتمالات في التوزيع الطبيعي هي أجراء من المساحة الكلية تحت المنحني والتي تمثل 100%.

مثال: إذا كان وزن علب معجون الطماطم لمعمل تعليب كربلاء يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 500 غرام وانحراف قياسي قدره 10 غرام، فاذا أخذت علبة عشوائية:

1. ما هو احتمال أن يكون الوزن محصور بين 510 و 490 غرام
2. ما هو احتمال أن يكون الوزن يزيد عن 510 غم
3. ما هو احتمال أن يكون الوزن x محصور بين 510 و 480 غم
4. ما هو احتمال ان يكون الوزن أقل من 490 غم

الحل:

1. احتمال أن يكون الوزن محصور بين 510 و 490 غرام



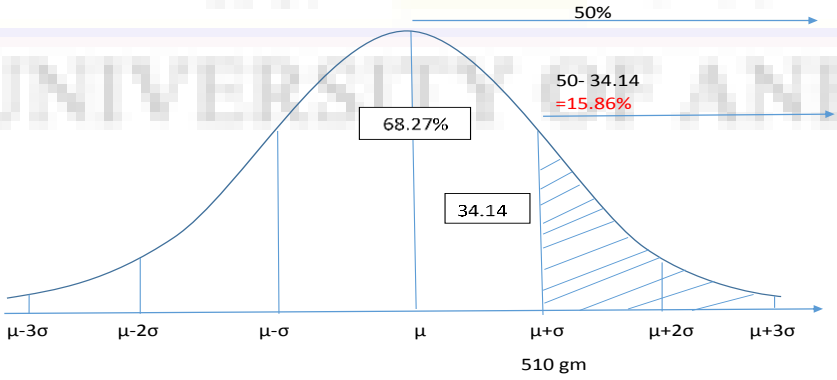
510 =μ+σ

490 =μ-σ

وحيث أن المساحة المحصورة بين μ+σ و μ-σ = 68.27

أذا احتمال أن يكون وزن العلبة محصور بين 510 و 490 هو 68.27%

2. احتمال أن يكون الوزن يزيد عن 510

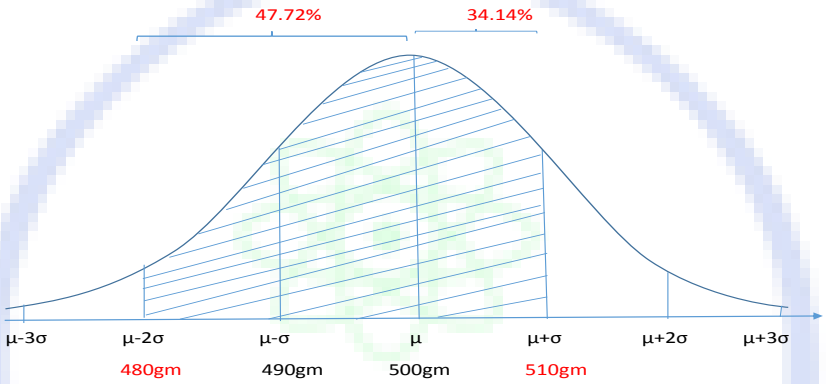


بما ان المساحة بعد μ = 50% من المساحة الكلية، فان احتمال أن يكون وزن العلبة يزيد على μ+σ (510) يساوي

50 – 34.14 = 15.86

3. احتمال أن يكون الوزن x محصور بين 510 و 480:

p (μ-2σ < X < μ+σ)



نجد المساحة بعد μ وبعدها μ-2σ

P1= (μ-2σ < X < μ) = 95.45/2 = 47.73

P2 = (μ < X < μ+σ) = 68.27/2 = 34.14

P (μ-2σ < X < μ+σ) = P1+P2

47.72+34.14= 81.86

اذاً احتمال أن يكون الوزن x محصور بين 510 و 480 هو 81.86

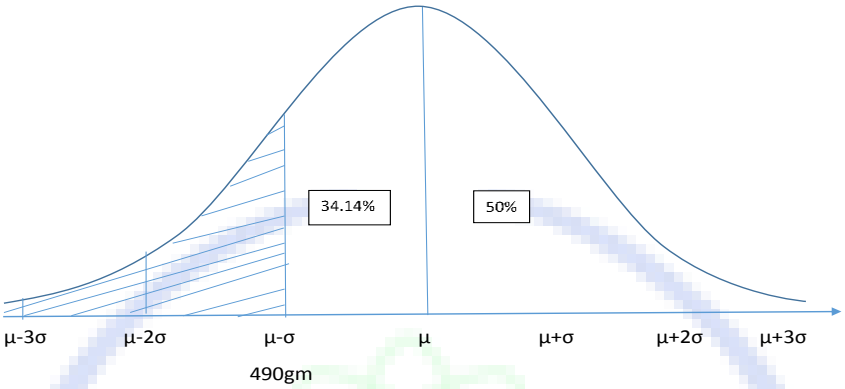
4. احتمال ان يكون الوزن أقل من 490

P(x<490)

= P(x<μ- σ)

50 – 68.27/2

= 15.86



التوزيع القياسي:

يمكن تحويل أي توزيع طبيعي الى توزيع قياسي لتحويل قيم المتغير (yi) الطبيعية الى قيم قياسية حسب الصيغة الرياضية

$$Zi = yi - \bar{y}/\sigma$$

yi = قيمة المتغير الطبيعي

$\bar{y}$ = الوسط الحسابي للمتغير الطبيعي

σ = الانحراف المعياري للمتغير الطبيعي

ويتميز التوزيع القياسي بأن وسطه الحسابي يساوي (صفر) والانحراف المعياري σ يساوي 1 وقيمه تتوزع أكثر من صفر وأقل من الواحد

من المثال السابق عند حساب التوزيع القياسي فان احتمال وزن علبة المعجون يزيد عن 505 يمكن حسابه كما يلي:

$$Zi = yi - \bar{y}/\sigma$$

$$= 505 - 500 / 10$$

$$= 0.5$$

$$P(yi<505) = P(z<0.5)$$

من جدول z نجد ان القيمة عند النقطة 0.5 تساوي 0.69146

الاحتمال = 1-0.69146

=0.30854

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
-1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	.02385	.02330
-1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
-1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
-1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.05938	.05821	.05705	.05592
-1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
-1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
-1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383	.10204	.10027	.09853
-1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302	.12100	.11900	.11702
-1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457	.14231	.14007	.13786
-0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853	.16602	.16354	.16109
-0.8	.21186	.20897	.20611	.20327	.20045	.19766	.19489	.19215	.18943	.18673
-0.7	.24196	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363	.22065	.21770	.21476
-0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463	.25143	.24825	.24510
-0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774	.28434	.28096	.27760
-0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276	.31918	.31561	.31207
-0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942	.35569	.35197	.34827
-0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743	.39358	.38974	.38591
-0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644	.43251	.42858	.42465
-0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608	.47210	.46812	.46414

UNIVERSITY OF ANBAR

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997

UNIVERSITY OF ANBAR