الكلية	كلية العلوم
القسم	الكيمياء
المادة باللغة الانجليزية	Science of principles of statistics
المادة باللغة العربية	علم مبادئ الاحصاء
المرحلة الدراسية	الثانية
اسم التدريسي	م.د. محمد اسماعيل خلف حمادي
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	Regression
عنوان المحاضرة باللغة العربية	الانحدار
رقم المحاضرة	6
المصادر والمراجع	الراوي، خاشع محمود. 1989. المدخل الى الإحصاء. وزارة التعليم العالي والبحث العلمي. جامعة الموصل.
	طبيه، احمد عبدالسميع. 2007. مبادئ الإحصاء، عمان. دار البداية. ر.أ: www.daralbedayah.com (2007/6/1709)
	David, M. Lane. Introduction to Statistics. Online Edition.

محتوى المحاضرة

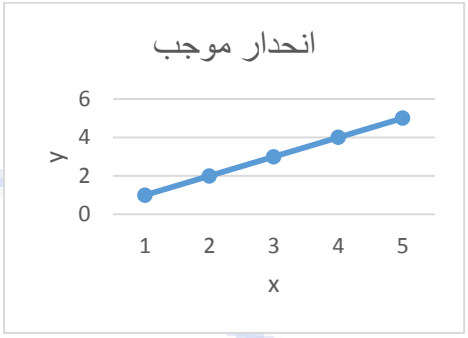
الانحدار Regression

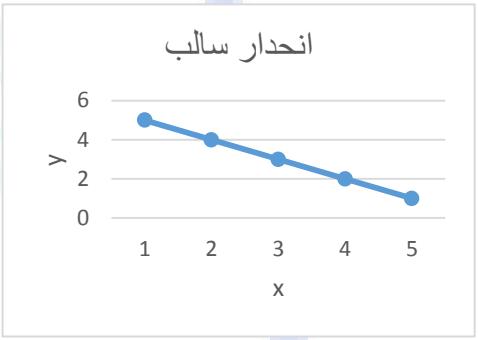
الانحدار البسيط Simple regression

هو العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل (x) والآخر تابع (y) بحيث يمكن التنبؤ عن قيم (y) بدلالة (x).
يعبر الانحدار عن مقدار التغير في العامل التابع (y) مثل كمية الحاصل، نتيجة تغير العامل المستقل (x) مثل كمية السماد المضاف.
ان قيمة معامل الانحدار يعبر عنها بنفس الوحدات المستخدمة للصفة وتأخذ قيم سالبة او موجبة.

عندما تكون قيمة الانحدار موجبة فهذا يعني ان كل زيادة في قيم x يتبعها زيادة في قيم y او كل نقصان في قيم x يتبعه نقصان في قيم y.

عندما تكون قيمة الانحدار سالبة فهذا يعني ان كل زيادة في قيم x يتبعها نقصان في قيم y وكل نقصان في قيم x يتبعه زيادة في قيم y.





المعادلة العامة لخط الانحدار المستقيم هي: $\hat{y} = a + bx$

حيث ان $\hat{y}$ هي القيمة المقدرة للمتغير التابع

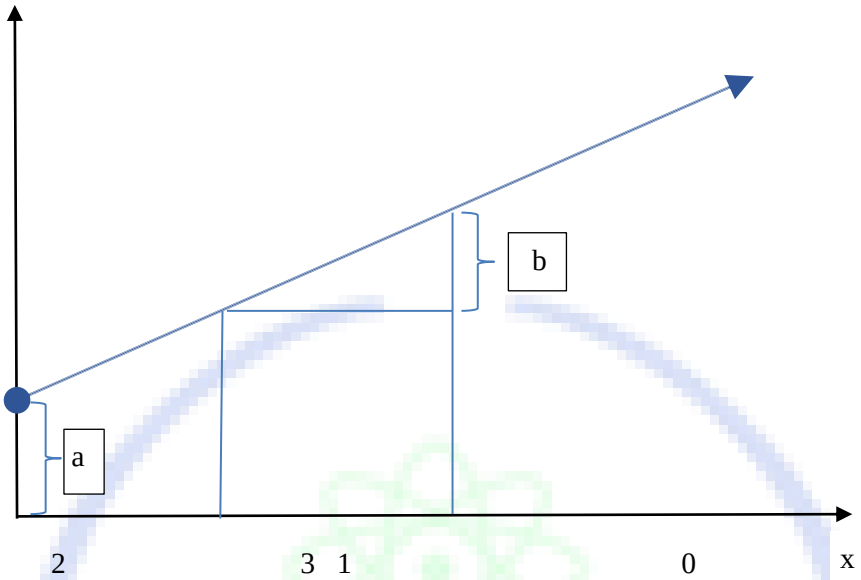
a هي نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور y

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

b معامل الانحدار، وتعني مقدار التغير في قيمة y نتيجة التغير في قيمة x وحدة واحدة

$$b = \frac{\sum xi\,yi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}$$

UNIVERSITY OF ANBAR



مثال// في الجدول التالي، اذا علمت ان xi تمثل تراكيز مبيد حشري (غم لتر$^{-1}$) تم تجربته على احد الآفات الحشرية على الأشجار، و yi تمثل اعداد الحشرات المتبقية والتي تم تعدادها في الوحدات التجريبية بعد رش كل منها بتركيز من تراكيز المبيد :

xi	1	2	3	4	5
yi	16	14	10	7	6

المطلوب:

1. ايجاد معادلة الانحدار الخطي البسيط،
2. رسم خط الانحدار
3. ما هو عدد الحشرات المتبقية المتوقع (المقدر) عند استخدام المبيد بالتركيز 6 غم لتر$^{-1}$

الحل//

1. لإيجاد معادلة خط الانحدار

المعادلة العامة هي $\hat{y} = a + bx$

أيجاد معامل الانحدار (b) حسب المعادلة

$$b = \frac{\sum xiyi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}$$

xi	Yi	xiyi	Xi^2
1	16	16	1
2	14	28	4
3	10	30	9
4	7	28	16
5	6	30	25
∑xi= 15	∑yi= 53	∑xiyi= 132	$\sum xi^2$= 55

$$b = \frac{132 - \frac{(15)(53)}{5}}{55 - \frac{(15)^2}{5}}$$

$$b = \frac{132-159}{55-45}$$

$$b = \frac{-27}{10}$$

$b = -2.7$ معامل الانحدار سالب

نجد قيمة a من خلال المعادلة

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

حيث $\bar{x}$ متوسط xi، و $\bar{y}$ متوسط yi

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{15}{5}$$

$$\bar{x} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum yi}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{53}{5}$$

$$\bar{y} = 10.6$$

$$a = 10.6 - (-2.7)(3)$$

$a = 18.7$

وبالتعويض في المعادلة العامة

$$\hat{y} = a + bx$$

نحصل على معادلة خط الانحدار

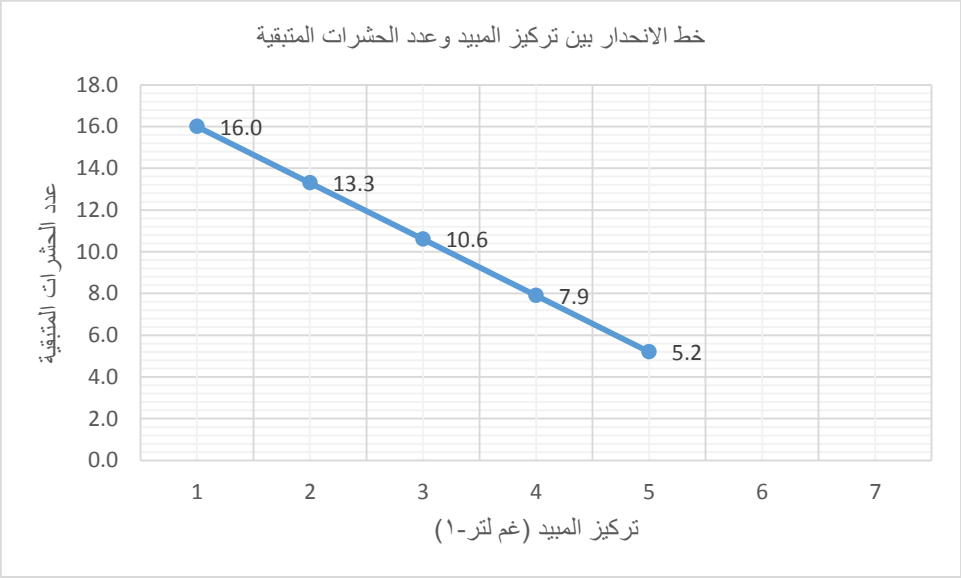
$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)x$$

2. لرسم خط الانحدار نقوم بإيجاد القيم المقدرة $\hat{y}$ بتعويض قيم x في معادلة خط الانحدار الأخيرة

$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)1$$
$$= 16$$
$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)2$$
$$= 13.3$$
$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)3$$
$$= 10.6$$
$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)4$$
$$= 7.9$$
$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)5$$
$$= 5.2$$

xi	$\hat{y}$
1	16
2	13.3
3	10.6
4	7.9
5	5.2

نقوم بتعيين نقاط احداثيات xi و $\hat{y}$ على المحورين x و y، وستكون هذه النقاط على استقامة واحدة ليتم توصيلها لتكون خط الانحدار، ومن الممكن إيجاد نقطتين فقط تكون كافية لرسم خط الانحدار.



3. لتقدير عدد الحشرات المتبقية المتوقع $\hat{y}$ بعد رش المبيد بالتركيز 6 غم لتر$^{-1}$، نقوم بالتعويض في معادلة خط الانحدار $\hat{y} = 18.7 + (-2.7)x$ كما يلي:

$$\hat{y} = 18.7 + (-2.7)6$$
$$= 2.5$$

وهذا يعني عدد الحشرات المقدرة هو 2.5 حشرة متبقية اذا تم رش المبيد بالتركيز 6 غم لتر$^{-1}$

مثال// البيانات التالية تمثل الدرجة الفصلية (x) والدرجة النهائية (y) لأثني عشر طالباً في مادة الاحصاء

الدرجة الفصلية xi	الدرجة النهائية yi
65	85
50	74
55	76
65	90
55	85
70	87
65	94
70	98
55	81
70	91
50	76
55	74

1. جد معادلة الانحدار الخطي البسيط
2. ارسم خط الانحدار
3. ماهي الدرجة النهائية المتوقعة لطالب درجته الفصلية 57

الحل:

1.

المعادلة العامة $\hat{y} = a + bx$

يجاد معامل الانحدار (b) حسب المعادلة $b = \frac{\sum xiyi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}$ كما يلي:

الدرجة الفصلية xi	الدرجة النهائية yi	xiyi	xi^2
65	85	5525	4225
50	74	3700	2500
55	76	4180	3025
65	90	5850	4225
55	85	4675	3025
70	87	6090	4900
65	94	6110	4225
70	98	6860	4900
55	81	4455	3025
70	91	6370	4900
50	76	3800	2500
55	74	4070	3025
∑xi=725	$\sum yi$= 1011	∑xi yi=61685	$\sum xi^2$=44475

$$b=\frac{\sum xi\ yi-\frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sum xi^2-\frac{(\sum xi)^2}{n}}$$

$$b=\frac{61685-\frac{(725)(1011)}{12}}{44475-\frac{(725)^2}{12}}$$

$$b=\frac{61685-61081.25}{44475-43802.08}$$

$$b=\frac{603.75}{672.91666}$$

$$b=0.89721$$

ولإيجاد قيمة a نعوض في المعادلة $a=\bar{y}-b\bar{x}$

$$\bar{x}=60.41666$$

$$\bar{y}=84.25$$

$$a=\bar{y}-b\bar{x}$$

$$a=84.25-(0.89721)(60.41666)$$

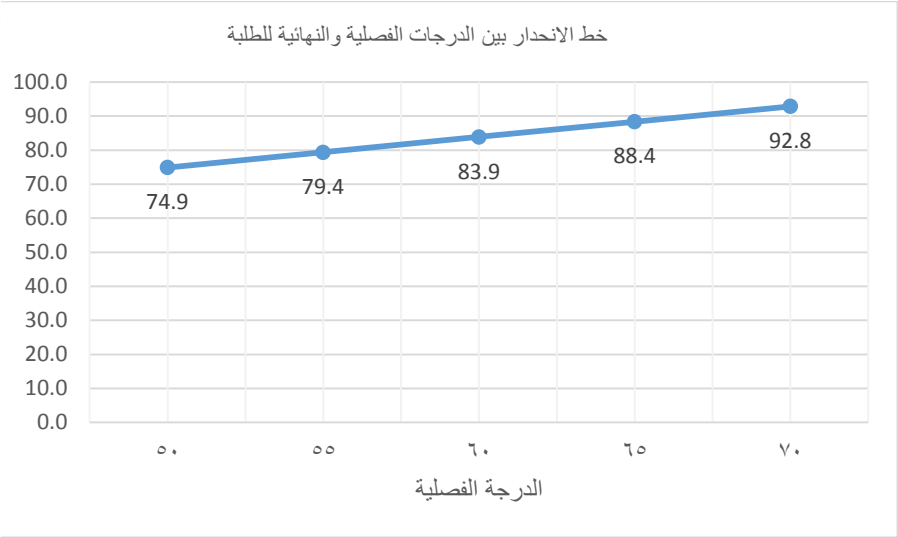
$$a=30.043$$

نعوض عن قيمة a و b في المعادلة العامة $\hat{y}=a+bx$

لنحصل على معادلة خط الانحدار $\hat{y}=30.043+0.89721\ x$

2. لرسم خط الانحدار نقوم بإيجاد القيم المقدرة ŷ بتعويض قيم x في معادلة خط الانحدار الأخيرة

$$\hat{y}=30.043+0.89721(50)$$
$$=74.9$$
$$\hat{y}=30.043+0.89721(55)$$
$$=79.4$$
$$\hat{y}=30.043+0.89721(60)$$
$$=83.9$$
$$\hat{y}=30.043+0.89721(65)$$
$$=88.4$$
$$\hat{y}=30.043+0.89721(70)$$
$$=92.8$$



3. لإيجاد الدرجة النهائية المتوقعة $\hat{y}$ لطالب درجته الفصلية 57 ، أي ان x =57
نعوض في معادلة خط الانحدار

$$\hat{y} = 30.043 + 0.89721\ (57)$$

الدرجة النهائية المتوقعة = 81.18