الكلية	كلية العلوم
القسم	الكيمياء
المادة باللغة الانجليزية	Science of principles of statistics
المادة باللغة العربية	علم مبادئ الاحصاء
المرحلة الدراسية	الثانية
اسم التدريسي	م.د. محمد اسماعيل خلف حمادي
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	Simple Correlation
عنوان المحاضرة باللغة العربية	الارتباط البسيط
رقم المحاضرة	5
المصادر والمراجع	الراوي، خاشع محمود. 1989. المدخل الى الإحصاء. وزارة التعليم العالي والبحث العلمي. جامعة الموصل.
	طبيه، احمد عبدالسميع. 2007. مبادئ الإحصاء، عمان. دار البداية. ر.أ: www.daralbedayah.com (2007/6/1709)
	David, M. Lane. Introduction to Statistics. Online Edition.

محتوى المحاضرة

الارتباط

الارتباط البسيط Simple Correlation

وهو مقياس لتحديد طبيعة العلاقة وقوتها بين متغيرين مستقلين مثل x و y، وتسمى العلاقة طردية او موجبة اذا كانت زيادة قيم أحد المتغيرين يصحبها زيادة قيم المتغير الاخر، واذا اخذت القيم اتجاهين متعاكسين تسمى العلاقة عكسية او سالبة.

تقدير معامل الارتباط Estimation of Correlation Coefficient

ان معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r لعينة عشوائية حجمها n لمتغيرين (x و y)

$(x_1,y_1),(x_2,y_2),....(x_n,y_n)$

يحسب من المعادلة التالية

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

تتراوح قيمة معامل الارتباط (r) بين +1 و -1 أو أي قيمة بينهما (1- ≥ r ≥ 1)، وهتين القيمتين هما درجتا الارتباط التام، الطردي التام (+1) والعكسي التام (-1)

وتجدر الإشارة الى ان معامل الارتباط بين متغيرين هو مقياس وصفي للترابط الخطي بينهما، وعندما تكون r=0 فان ذلك يعني عدم وجود ترابط خطي بينهما وليس بالضرورة عدم وجود علاقة بينهما.

مثال//

احسب معامل الارتباط للبيانات التالية والتي تمثل طول وعرض الورقة لنبات ما.

عرض الورقة (x)	13	19	13	18	14	17	14	17	15	16
طول الورقة (y)	15	22	13	20	13	20	15	19	15	18

الحل: لايجاد معامل الارتباط (r) حسب المعادلة السابقة نرتب البيانات في جدول كما يلي:

x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
13	15	195	169	225
19	22	418	361	484
13	13	169	169	169
18	20	360	324	400
14	13	182	196	169
17	20	340	289	400
14	15	210	196	225
17	19	323	289	361
15	15	225	225	225
16	18	288	256	324
$\sum x_i$= 156	$\sum y_i$= 170	$\sum x_i y_i$= 2710	$\sum x_i^2$= 2474	$\sum y_i^2$= 2982

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

$$r = \frac{2710 - \frac{(156)(170)}{10}}{\sqrt{(2474 - \frac{(156)^2}{10})(2982 - \frac{(170)^2}{10})}}$$

نوع العلاقة: طردية (موجبة) = 0.95

اختبار معنوية الارتباط:

ان الحكم على المعنوية الإحصائية لمعامل الارتباط يعتمد على اختبارات إحصائية محددة، وذلك بمقارنة القيمة المطلقة لـ r المحسوبة مع قيمة r الجدولية عند درجة حرية n-2 ، حيث n = عدد ازواج المشاهدات، وعند مستوى الاحتمالية المطلوب، فاذا كانت قيمة r المحسوبة اكبر من او تساوي r الجدولية فان هذا يعني ان الارتباط معنوي اما اذا كانت قيمة r المحسوبة اقل من r الجدولية فان هذا يعني ان الارتباط غير معنوي ففي المثال السابق نستخرج قيمة r الجدولية من جدول r عند درجة حرية 8 ومستوى احتمالية 0.05 فنجدها تساوي 0.63

الاستنتاج: بما أن قيمة r المحسوبة (0.95) هي اكبر من قيمة r الجدولية (0.63) نستنتج ان الارتباط معنوي.

جدول (r)

df\α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.951057	0.987688	0.996917	0.999507	0.999877	0.999999
2	0.800000	0.900000	0.950000	0.980000	0.990000	0.999000
3	0.687049	0.805384	0.878339	0.934333	0.958735	0.991139
4	0.608400	0.729299	0.811401	0.882194	0.917200	0.974068
5	0.550863	0.669439	0.754492	0.832874	0.874526	0.950883
6	0.506727	0.621489	0.706734	0.788720	0.834342	0.924904
7	0.471589	0.582206	0.666384	0.749776	0.797681	0.898260
8	0.442796	0.549357	0.631897	0.715459	0.764592	0.872115
9	0.418662	0.521404	0.602069	0.685095	0.734786	0.847047
10	0.398062	0.497265	0.575983	0.658070	0.707888	0.823305
11	0.380216	0.476156	0.552943	0.633863	0.683528	0.800962
12	0.364562	0.457500	0.532413	0.612047	0.661376	0.779998
13	0.350688	0.440861	0.513977	0.592270	0.641145	0.760351
14	0.338282	0.425902	0.497309	0.574245	0.622591	0.741934
15	0.327101	0.412360	0.482146	0.557737	0.605506	0.724657
16	0.316958	0.400027	0.468277	0.542548	0.589714	0.708429
17	0.307702	0.388733	0.455531	0.528517	0.575067	0.693163
18	0.299210	0.378341	0.443763	0.515505	0.561435	0.678781
19	0.291384	0.368737	0.432858	0.503397	0.548711	0.665208
20	0.284140	0.359827	0.422714	0.492094	0.536800	0.652378
21	0.277411	0.351531	0.413247	0.481512	0.525620	0.640230
22	0.271137	0.343783	0.404386	0.471579	0.515101	0.628710
23	0.265270	0.336524	0.396070	0.462231	0.505182	0.617768
24	0.259768	0.329705	0.388244	0.453413	0.495808	0.607360
25	0.254594	0.323283	0.380863	0.445078	0.486932	0.597446
26	0.249717	0.317223	0.373886	0.437184	0.478511	0.587988
27	0.245110	0.311490	0.367278	0.429693	0.470509	0.578956
28	0.240749	0.306057	0.361007	0.422572	0.462892	0.570317
29	0.236612	0.300898	0.355046	0.415792	0.455631	0.562047
30	0.232681	0.295991	0.349370	0.409327	0.448699	0.554119

df\α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.0ω
35	0.215598	0.274611	0.324573	0.380976	0.418211	0.518898
40	0.201796	0.257278	0.304396	0.357787	0.393174	0.489570
45	0.190345	0.242859	0.287563	0.338367	0.372142	0.464673
50	0.180644	0.230620	0.273243	0.321796	0.354153	0.443201
60	0.164997	0.210832	0.250035	0.294846	0.324818	0.407865
70	0.152818	0.195394	0.231883	0.273695	0.301734	0.379799
80	0.142990	0.182916	0.217185	0.256525	0.282958	0.356816
90	0.134844	0.172558	0.204968	0.242227	0.267298	0.337549
100	0.127947	0.163782	0.194604	0.230079	0.253979	0.321095
125	0.114477	0.146617	0.174308	0.206245	0.227807	0.288602
150	0.104525	0.133919	0.159273	0.188552	0.208349	0.264316
175	0.096787	0.124036	0.147558	0.174749	0.193153	0.245280
200	0.090546	0.116060	0.138098	0.163592	0.180860	0.229840
250	0.081000	0.103852	0.123607	0.146483	0.161994	0.206079
300	0.073951	0.094831	0.112891	0.133819	0.148019	0.188431
350	0.068470	0.087814	0.104552	0.123957	0.137131	0.174657
400	0.064052	0.082155	0.097824	0.115997	0.128339	0.163520
450	0.060391	0.077466	0.092248	0.109397	0.121046	0.154273
500	0.057294	0.073497	0.087528	0.103808	0.114870	0.146436
600	0.052305	0.067103	0.079920	0.094798	0.104911	0.133787
700	0.048427	0.062132	0.074004	0.087789	0.097161	0.123935
800	0.045301	0.058123	0.069234	0.082135	0.090909	0.115981
900	0.042711	0.054802	0.065281	0.077450	0.085727	0.109385
1000	0.040520	0.051993	0.061935	0.073484	0.081340	0.103800
1500	0.033086	0.042458	0.050582	0.060022	0.066445	0.084822
2000	0.028654	0.036772	0.043811	0.051990	0.057557	0.073488
3000	0.023397	0.030027	0.035775	0.042457	0.047006	0.060027
4000	0.020262	0.026005	0.030984	0.036773	0.040713	0.051996
5000	0.018123	0.023260	0.027714	0.032892	0.036417	0.046517

α : مستوى الاحتمالية

df: درجات الحرية

مثال //

جد قيمة معامل الارتباط وبين نوع الارتباط مع اختبار معنوية الارتباط للمتغيرين x و y

X	6	1	8	10	2
Y	5	7	4	3	9

الحل//

لإيجاد معامل الارتباط (r) نرتب البيانات في جدول كما يلي:

x_i	y_i	x_iy_i	x_i^2	y_i^2
6	5	30	36	25
1	7	7	1	49
8	4	32	64	16
10	3	30	100	9
2	9	18	4	81
$\sum x_i=27$	$\sum y_i=28$	$\sum x_iy_i=117$	$\sum x_i^2=205$	$\sum y_i^2=180$

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

$$r = \frac{117 - \frac{(27)(28)}{5}}{\sqrt{(205 - \frac{(27)^2}{5})(180 - \frac{(28)^2}{5})}}$$

$$r = \frac{-34.2}{\sqrt{(59.2)(23.2)}}$$

$$r = \frac{-34.2}{37.05}$$

$$r = -0.92$$

العلاقة عكسية (سالبة)

لاختبار معنوية الارتباط نستخرج قيمة r الجدولية من جدول r عند درجة حرية 3 (n-2) ومستوى احتمال 0.05 فنجدها تساوي 0.87

بما أن قيمة r المحسوبة (0.92-) قيمتها المطلقة (0.92)أكبر من قيمة r الجدولية (0.87) نستنتج ان الارتباط معنوي على مستوى احتمال 0.05.

اما على مستوى احتمال 0.01 نجد ان قيمة r الجدولية تساوي 0.95

بما أن قيمة r المحسوبة (0.92-) قيمتها المطلقة (0.92) اقل من قيمة r الجدولية (0.95) نستنتج ان الارتباط غير معنوي على مستوى احتمال 0.01