الكلية	العلوم
القسم	الرياضيات
المادة باللغة الانجليزية	General Mechanics
المادة باللغة العربية	الميكانيك العام
المرحلة الدراسية	الاول
اسم التدريسي	م.د. عبدالكريم حمودي عساف
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	**Product of vectors**
عنوان المحاضرة باللغة العربية	**ضرب المتجهات**
رقم المحاضرة	**4**
المصادر والمراجع	General Physics 1 (Mechanics and Heat) for Sciences and Engineering Faculties By Hasan Maridi Assistant Professor of Theoretical Nuclear Physics at Taiz University, Yemen https://www.hasanmaridi.com 2nd edition, 2020
	General Physics I: Classical Mechanics David G. Simpson Dept. of Natural Sciences, Prince George's Community College, Largo,Maryland Larry L. Simpson Union Carbide Corporation (ret.), South Charleston,West Virginia

Product of vectors ضرب المتجهات

يوجد نوعان من الضرب للمتجهات

النوع الأول يسمى الضرب القياسي لأن حاصل ضرب متجهين يعطي كمية قياسية مثل حاصل ضرب متجه القوة في متجهة الإزاحة يكون الناتج الشغل و هو كمية قياسية.

- **الضرب القياسي The scalar product**

يعرف الضرب القياسي scalar product بالضرب النقطي dot product وتكون نتيجة الضرب القياسي لمتجهين كمية قياسية. ويعرف الضرب القياسي لمتجهين بحاصل ضرب مقدار المتجه الأول في مقدار المتجه الثاني في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.

$\mathbf{A.B} = |A||B| \cos\theta$

يمكن إيجاد قيمة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي:

$i.i=j.j=k.k=1 \quad , \quad i.j = i.k= j.k = 0$

$\mathbf{A.B}= (A_x\, i+ A_y j+ A_z k) . (B_x\, i+ B_y\, j+ B_z k)$

$\mathbf{A.B} = (A_x i.B_x i+ A_x i.B_y\, j + A_x i.B_z k+ A_y j.B_x i+ A_y jB_y j + A_y j.B_z k$

$+ A_z k.B_x i + A_z k.B_y j + A_z k.B_z k)$

Therefore

$.: \mathbf{A.B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

The angle between the two vectors is

$\cos\theta = \mathbf{A.B}/|A||B| = (A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z) /|A|| B|$

قواعد الضرب العددي في القائمة التالية

$$(1)\quad \vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

$$(2)\quad \vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$$

$$(3)\quad m(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (m\vec{A})\cdot\vec{B} = \vec{A}\cdot(m\vec{B}) = (\vec{A}\cdot\vec{B})\,m$$

مثال:

لدينا متجهان $\vec{A} = 2\hat{x} + 2\hat{y}$ و $\vec{B} = 6\hat{x} - 3\hat{y}$. ما هي الزاوية بين هذين المتجهين؟

من تعريف المتجهات العددية لدينا

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\cos\theta$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = 2x6 - 3x2 = 6$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2.83$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} = 6.71$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{6}{2.83 \times 6.71} = 0.316$$

$$\therefore \theta = 71^{\circ}\,36'$$

- **الضرب الاتجاهي :**

وذلك لان حاصل ضرب متجهين ينتج عنه متجه ثالث يكون اتجاهه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين الآخرين. مثل متجه سرعة جسم مشحون في متجه المجال المغناطيسي ينتج عنه متجه قوة مغناطيسية. **والضرب الاتجاهي (نتيجة كمية متجهة) ويعرف**

A×B= |A||B| sin θ

حيث n هو متجه وحدة وحدة متعامدة مع كلا المتجهين A,B و θ هي الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين A,B ويمكن حساب مقدار الضرب الاتجاهي كلاتي **(قاعدة اليد اليمنى)**

/**A×B**/= |A| |B| sinθ

ويمكن حساب الضرب الاتجاهي بدلالة مركبات المتجهين كالتالي:

$$\mathbf{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \det\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix} = \mathbf{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \mathbf{j}(a_3b_1 - a_1b_3) + \mathbf{k}(a_1b_2 - a_2b_1)$$

مع ملاحظة:

$$\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = -\hat{\jmath}\times\hat{\imath} = \hat{k}$$

$$\hat{\jmath}\times\hat{k} = -\hat{k}\times\hat{\jmath} = \hat{\imath}$$

$$\hat{k}\times\hat{\imath} = -\hat{\imath}\times\hat{k} = \hat{\jmath}$$

$$\hat{\imath}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$$

ملاحظة مهمة //

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

الواجب//

1- Two vectors are given by A = 3i-2j and B = -i - 43 . Calculate (a) A+B, (b) A-B , (c). |A + B|, (d) |A - B|, and (e) the direction of A+B and |Ā– B|.

2- للمتجهين: A=2i+3j و B = -i+2j احسب ما يلي:

(a)الضرب القياسي للمتجهين، أيA.B

(b) Ã• Ã.

(c)مقدار كل من المتجهين، |A|و|B|

(d)الزاوية بين المتجهين A وB.

3- بين فيما أذا كانت المتجهات الآتية متوازية أم متعامدة ؟

- A=(6 ,-2,-1),b(2,5,2)
- U=(2 ,-1),v=(0.5,0.25)

4-اذا أعطيت المتجهات ادناه:

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}, \vec{c} = -\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

أوجد مقدار المتجهين $\vec{a} + 3\vec{b}$, $3\vec{a} - 2\vec{b}$. (b) أوجد متجه الوحدة في اتجاه المتجه $3\vec{a} + \vec{b}$.

أوجد الزاوية بين المتجهين $\vec{a}, \vec{b}$. (d) هل الثلاث متجهات $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ تقع في مستوى واحد؟

5- when
A=3i+k ، **B=i+2j-2k** , Find the following;

a) **2A-B**
b) **A.B**
c) **A×B**
d) The angle between **A**, and **B**

e) **B.(A×B)**
f) The angle between **B**, and **(A×B)**