

العلوم	الكلية
الرياضيات	القسم
General Mechanics	المادة باللغة الانجليزية
الميكانيك العام	المادة باللغة العربية
الاول	المرحلة الدراسية
م.د. عبدالكريم حمودي عساف	اسم التدريسي
Vectors	عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية
المتجهات	عنوان المحاضرة باللغة العربية
2 ثاني	رقم المحاضرة
General Physics 1 (Mechanics and Heat) for Sciences and Engineering Faculties By Hasan Maridi Assistant Professor of Theoretical Nuclear Physics at Taiz University, Yemen <a href="https://www.hasanmaridi.com">https://www.hasanmaridi.com</a> 2nd edition, 2020	المصادر والمراجع
General Physics I: Classical Mechanics David G. Simpson Dept. of Natural Sciences, Prince George's Community College, Largo, Maryland Larry L. Simpson Union Carbide Corporation (ret.), South Charleston, West Virginia	

## تحليل المتجهات Analysis of vectors

إن المركبتين  $A_x$  و  $A_y$  أرقام يمكن أن تكون موجبه أو سالبه ( أو صفر) و تسمى عملية إيجادهما بتحليل المتجه إلى مركباته. • إن المركبتين  $A_x$  و  $A_y$  تشكلان ضلعين من مثلث قائم الزاوية بينما يشكل  $A$  وتر هذا المثلث و بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد أن قيمة المتجه  $A$  تعطي كما في المعادلة

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

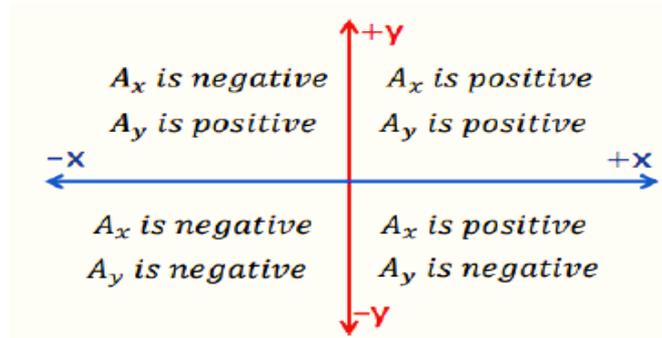
زاوية الميل مع  $X$

$$\tan\theta = A_y / A_x$$

وعند حلها لإيجاد قيمة  $\theta$  فإننا نكتب

$$\theta = \tan^{-1} (A_y / A_x)$$

وتعتبر  $\theta$  المسؤولة عن تحديد إشارات المركبات  $A_x$  و  $A_y$  لأن الزاوية  $\theta$  تحدد الربع الذي يقع فيه المتجه  $A$ . الشكل ادناه يلخص إشارات المركبات في كل ربع.



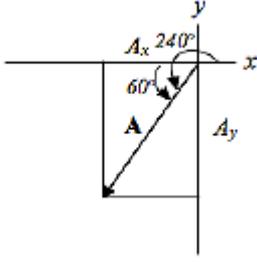
مثال / احسب المركبتين السينية والصادية للمتجهات التالية:

أ- متجه  $A$  قيمته 6 وحدات ويصنع زاوية مقدارها  $240^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور  $x$

الحل:

$$A_x = A \cos 240 = 6 * (-0.5) = -3$$

$$A_y = A \sin 240 = 6 * (-0.86) = -5.2$$



حل آخر:

$$A_x = -A \cos 60 = -6 \times (0.5) = -3$$

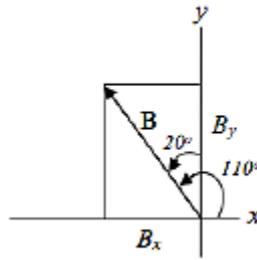
$$A_y = -A \sin (60) = -6 \times 0.86 = -5.2$$

ب. متجه B قيمته 5 وحدات ويصنع زاوية مقدارها  $110^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور x

الحل:

$$B_x = B \cos 110 = -1.7$$

$$B_y = B \sin 110 = 4.7$$



حل آخر:

$$B_x = -B \sin 20 = -1.7$$

$$B_y = B \cos 20 = 4.7$$

وتستخدم طريقة تحليل المتجهات لإيجاد محصلة مجموعة منها فإذا فرضنا مثلاً ثلاثة متجهات A ، B ، C في مستوى واحد و تصنع الزوايا  $\theta_1$  ،  $\theta_2$  ،  $\theta_3$  مع الاتجاه السيني على الترتيب فإن مركبات هذه المتجهات في الاتجاه السيني هي:

$$A_x = A \cos \theta_1$$

$$B_x = B \cos \theta_2$$

$$C_x = C \cos \theta_3$$

وتكون محصلة هذه المركبات في الاتجاه السيني هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x = A \cos \theta_1 + B \cos \theta_2 + C \cos \theta_3$$

بالمثل بالنسبة للمركبات العمودية في الاتجاه الصادي تكون محصلتها

$$R_y = A_y + B_y + C_y = A \sin_1\theta + B \sin_2\theta + C \sin_3\theta$$

قيمة محصلة مجموعة المتجهات تكون هي نفسها محصلة المركبات السينية والصادية وتعطي بالمعادلة

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

ويمكن إيجاد اتجاه المحصلة أي الزاوية و التي تصنعها مع المحور السيني من المعادلة

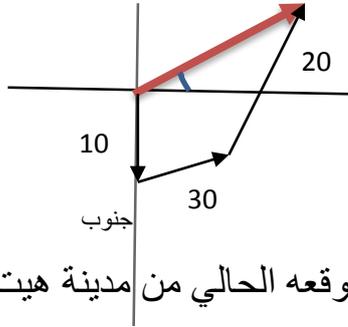
$$\theta = \tan^{-1} (R_y / R_x)$$

ويمكن كتابة محصلة مجموعة من المتجهات بصورتها الاتجاهية كما يلي:

$$R = A + B + C = (A_x + B_x + C_x)i + (A_y + B_y + C_y)j + (A_z + B_z + C_z)k$$

### مثال

يخرج سائح من مدينة هيت فيقطع مسافة 10 km باتجاه الجنوب، ثم يسير مسافة 15 km باتجاه يصنع 30° شمال شرق ثم يقطع مسافة 20 km باتجاه 45° الشمال الشرقي. ما هو موضع السائح بالنسبة لمدينة هيت؟



الحل:

إن المسافات التي يقطعها السائح هي متجهات إزاحة لكل منها مقدار و اتجاه، فالمسألة هي جمع متجهات.

الرسم يوضح الحالات المتعاقبة لسير السائح ويوضح موقعه الحالي من مدينة هيت والتي تمثل نقطة الأصل،

على تحليل الإزاحات الثلاثة في الاتجاهين ولإيجاد قيمة واتجاه المحصلة (الموضع بالنسبة لمدينة هيت) نعمل السيني والصادي ثم نحسب المحصلة مقداراً واتجاهاً.

$$R_x = 0 + 15 \cos 30 + 20 \cos 45 = 15 * 0.866 + 20 * 0.707$$

$$= 27.13 \text{ Km}$$

$$R_y = -10 + 15 \sin 30 + 20 \sin 45 = -10 + 15 * 0.5 + 20 * 0.707$$

$$= 11.64 \text{ Km}$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 = ((27.13)^2)^{1/2} + ((11.64)^2)^{1/2}$$

$$R = (736 + 135.5)^{1/2} = 29.5 \text{ Km}$$

$$\theta = \tan^{-1} (R_y / R_x )$$

$$\theta = \tan^{-1} (11.64 / 27.13)$$



$$\theta = 23.2^\circ$$

ملاحظة/ يمكن كتابة المحصلة بصورتها الاتجاهية كما يلي:

$$R = R_x i + R_y j = 27.13 i + 11.64 j$$