الكلية	العلوم
القسم	الرياضيات
المادة باللغة الانجليزية	General Mechanics
المادة باللغة العربية	الميكانيك العام
المرحلة الدراسية	الاول
اسم التدريسي	م.د. عبدالكريم حمودي عساف
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	Vectors
عنوان المحاضرة باللغة العربية	المتجهات
رقم المحاضرة	2 جزء اول
المصادر والمراجع	General Physics 1 (Mechanics and Heat) for Sciences and Engineering Faculties By Hasan Maridi Assistant Professor of Theoretical Nuclear Physics at Taiz University, Yemen https://www.hasanmaridi.com 2nd edition, 2020
	General Physics I: Classical Mechanics David G. Simpson Dept. of Natural Sciences, Prince George's Community College, Largo,Maryland Larry L. Simpson Union Carbide Corporation (ret.), South Charleston,West Virginia

المتجهاتVectors

- **الكميات القياسية والكميات المتجهة Scalars and vectors**

الكميات الفيزيائية نوعان:

أ- **الكميات القياسية**: هي كميات فيزيائية غير متجهة يتم تعيينها تماما إذا عرف مقدارها فقط

ومن أمثلة الكميات القياسية: الكتلة، الزمن، الطول، درجة الحرارة والطاقة.

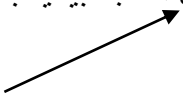
ب- **الكميات المتجهة:** هي كميات فيزيائية متجهة يتم تعيينها تماما بمعرفة مقدارها واتجاهها.

ومن اهم امثلتها السرعة والقوة والتعجيل والمجال الكهربائي.

يمكن تمييز الكمية المتجهة عن الكمية القياسية وذلك بكتابة المتجه بخط عريض **A** كما هو مستخدم في الكتب أو بوضع إشارة سهم أعلى الرمز A كما هو الحال في الكتابة اليدوية $\vec{A}$.

وتكون قيمته اما سالبة او موجبة حسب الاتجاه ويعرف بقيمة المطلقة A مثلا فيعبر عنه بالرمز |A|. ومن الأمثلة على الكميات المتجهة الإزاحة والسرعة والتعجيل والقوة كما ذكر آنفاً.

وتستخدم عادة الطرق الهندسية في تمثيل الكمية المتجهة حيث يمثل المتجه بيانية بسهم يتناسب طوله طرديا مع مقدار المتجه سهم يمثل المتجه.



A

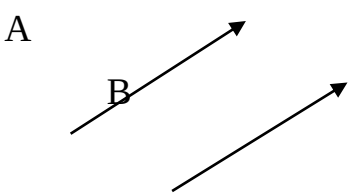
خواص المتجهات:

- تساوي المتجهات:

إن المتجهين $\vec{B}$ ، $\vec{A}$ متساويان إذا كان لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه (ونفس الوحدة إن وجدت)،

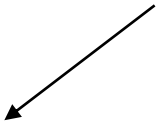
أي أن $B = A$

إذا كان مقدار A يساوي مقدار B وكان السهم الممثل للمتجه A يوازي السهم الممثل للمتجه B

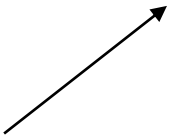


- **سالب المتجه:**

إذا أعطينا المتجه **A** فإن **A-** هو متجه مساو له في المقدار -A



ويعاكسه في الاتجاه.



- **جمع المتجهات:**

عند جمع المتجهات يجب أن تكون هذه المتجهات من نفس النوع فلا يمكن مثلا أن نجمع متجه قوة إلى متجه سرعة لاختلافهما في الأبعاد. وذلك ينطبق أيضا عند جمع الكميات القياسية.

إيجاد محصلة مجموعة من المتجهات:

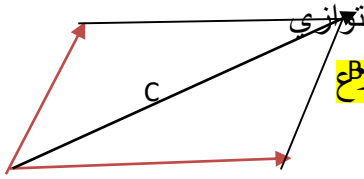
1- إذا كانت جميعها تعمل على خط واحد فإنها تجمع جبرية بإشاراتها وذلك بعد اختيار اتجاها معينا يكون موجبة.

وإذا تساوى مقدار متجهين وتضادا اتجاها كان محصلتهما تساوي صفر.

2- إذا لم يكن خط تأثير المتجهات واحدا فإننا نوجد محصلتها بإحدى طريقتين:

أ. طريقة متوازي الأضلاع:

حاصل جمع المتجهين A و B هو متجه C، ويسمى عادة بالمحصلة (Resultant). ولإجراء عملية الجمع نقوم برسم أحد المتجهين أولا وليكن A بمقياس رسم مناسب، ثم من بداية المتجه A نرسم المتجه B بنفس مقياس الرسم ثم نكمل رسم متوازي الأضلاع فتكون المحصلة هي قطر متوازي الأضلاع



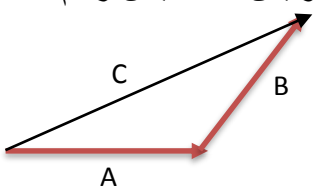
B

الذي ضلعاه المتجاوران هما المتجهان A وB.

A

ب- طريقة المثلث:

لإجراء عملية الجمع بطريقة المثلث نقوم برسم أحد المتجهين أولا وليكن A بمقياس رسم مناسب، ثم من رأس المتجه A ننقل المتجه B فتكون المحصلة C هي المتجه الذي يبدأ من بداية المتجه وينتهي عند رأس المتجه B



A + B بطريقة المثلث

ويمكن التعبير رياضية عن عملية الجمع في كلتي الطريقتين بالمعادلة

$$C = A + B$$

علماً

$$A + B = B + A$$

"وتسمي هذه النتيجة بقانون التبادل للجمع" .

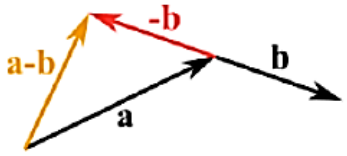
ويمكن تطبيق طريقة المثلث لجمع اكثر من متجهين،
فمثلا المتجهات الثلاث Aو B و C يمكن جمعها
ويمكن التعبير عن هذه النتيجة
رياضية بالمعادلة

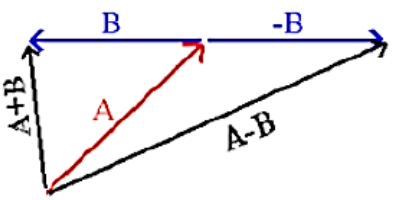
$$(A+B) + C = A + (B + C)$$

وتسمى هذه المعادلة بقانون الترافق للجمع.

- **طرح المتجهات**

تتم عملية طرح المتجهات بصورة مشابهة للجمع مع مراعاة رسم المتجه B في الا تجاه المعاكس باعتبار B– هو المتجه الذي يساوي B في المقدار ويعاكسه بالاتجاه .





- **ضرب المتجهات بكمية قياسية**

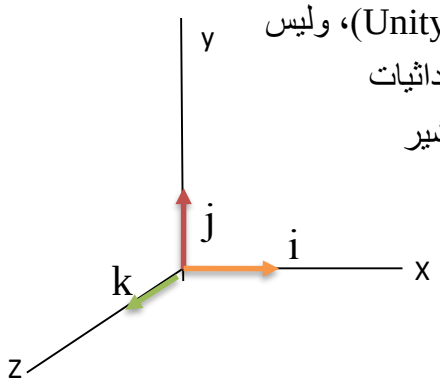
يمكن ضرب المتجه بكمية قياسية فمثلا **2A** تعني متجه جديد مقداره **A** 2 واتجاهه هو نفس اتجاه A. وبصورة عامة فإن ضرب المتجه A بالكمية القياسية، يعطي المتجه **cA** واتجاهه

هو نفس اتجاه **A** إذا كانت الكمية القياسية c موجبة. وعكس اتجاه **A** إذا كانت الكمية القياسية c سالبة

من الأمثلة الفيزيائية على ضرب المتجه بكمية قياسية الزخم الخطي (كمية التحرك الخطية) P وهو حاصل ضرب الكتلة m في متجه السرعة v ويعطي

$$P = mv$$

متجهات الوحدة Unit vectors



متجه الوحدة هو متجه له اتجاه معين وقيمته هي الوحدة (Unity)، وليس له وحدة قياس أو بعد يوجد ثلاث متجهات وحدة في نظام الإحداثيات الكارتيزية (الديكارتية) هي i, j ،k حيث أن هذه المتجهات تشير إلى الاتجاه الموجب للمحاور x ,y, z على الترتيب كما هو موضح في الشكل، فمثلا إذا كان المتجه **A** يتجه باتجاه x الموجب وقيمته A و B يتجه باتجاه y الموجب وقيمته B و C باتجاه z الموجب وقيمته C فإن هذا المتجهات تكتب على الترتيب بالصورة الاتجاهية التالية :

$$A = A_i, \quad B = B_j, \quad C = C_k$$

مما سبق يمكن القول انه لوحدة المتجة الخصائص ادناه:

1- له مقدار محدد
2- له اتجاه محدد
3- ليس له وحدة لانه نسبة بين المتجة ومقداره

$$\hat{u}_A = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

ملاحظة : وجود الإشارة السالبة أمام أي متجه وحدة يدل الاتجاه المعاكس فمثلا i- تشير إلى الاتجاه السالب لمحور x. متجهات الوحدة i ، j ،k تتجه في الاتجاه الموجب للمحاور الثلاثة على الترتيب.

باستخدام متجهات الوحدة يمكن كتابة أي متجه بدلالة مركباته. فإذا كان لدينا المتجهين A و B في المستوى x y، فإنه يمكن كتابتهما كالتالي:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}$$

ومحصلتهما:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$
$$\vec{R} = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}$$
$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath}$$

بحيث أن مركبات المحصلة هي:

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y$$

ومقدار المحصلة:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x+B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

وزاوية ميلها عن المحور x:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$