| | |
|---|---|
| الجامعة | الانبار |
| الكلية | العلوم |
| القسم | الرياضيات |
| المرحلة | الرابعة |
| اسم المادة باللغة العربية | بحوث العمليات |
| اسم المادة باللغة الانكليزية | **Operation Research** |
| اسم التدريسي | علي كاظم يعقوب |
| عنوان المحاضرة باللغة العربية | حل البرمجة الخطية بيانياً |
| عنوان المحاضرة باللغة الإنكليزية | **Linear programming solution graphically** |
| رقم المحاضرة | **4** |

# طرق حل البرمجة الخطية

## 1-حل البرمجة الخطية بيانياُ

تعد الطريقة البيانية من أبسط طرق البرمجة الخطية التي تهدف إلى إيجاد الحلول المناسبة للمسائل الإدارية المختلفة (مسائل الإنتاج، مسائل التسويق، مسائل الأفراد...)، وبخاصة تلك المتعلقة باتخاذ القرارات ذات الموضوعات الفنية والمعايير الكمية. ويعيب هذه الطريقة أنه لا يمكن استخدامها لحل مشاكل تتضمن أكثر من مجهولين، وتقوم طريقة الحل بيانيًا على تحديد منطقة نقاط الحلول الممكنة بيانيًا، ثم اختيار النقطة التي تحقق أحسن قيمة لدالة الهدف.

### خطوات حل البرمجة الخطية بيانيا:

1- تحويل القيود من حالة المتباينات الى حالة مساواه (معادلات)
2- يتم حل كل قيد لإيجاد قيم المتغيرات وبذلك نحصل على أربع نقاط (نقطتين من كل قيد)
3- نرسم المستوى الاحداثي ونقوم بتحديد النقاط عليها
نقوم بحل معدلات المستقيمات المتقاطعة لإيجاد نقاط التقاطع باستخدام طريقة المحددات او الحذف

4- نقوم بتحديد منطقة الحل وذلك بتعويض نقطة الاصل في المتباينات فاذا كان ناتج التعويض يحقق اشارة المتباينة فان منطقة الحل تتجه نحو نقطة الاصل وإذا لم تحقق فأنها تبتعد عن الاصل.

او عن طريق:

- إذا كانت جميع علامات المتباينات أو إشارات المتباينات أقل من أو يساوي $\geq$

تكون منطقة الحل محصورة بين تقاطع المستقيمات ونقطة الأصل.

- إذا كانت إشارات المتباينات تحتوي على أكبر من أو أقل من فإن منطقة الحل تكون أبعد من منطقة الأصل

5- بعد تحديد منطقة الحل نقوم بأخذ جميع النقاط التي تقع ضمن منطقة الحل فقط ونعوضها في دالة الهدف للحصول على أكبر قمة او أصغرها حسب السؤال.

مثال1/ جد الحل الأمثل للنظام الخطي باستعمال طريقة الرسم البياني

Example 1/ Find the optimal solution for the following LP by using graphical method

$$Max\ Z = 18X + 15Y$$
$$3X + 3Y \le 15$$
$$9X + 6Y \le 36$$
$$X \ge 0\ ,\ Y \ge 0$$

1- نقوم بتحويل القيود على حالة المساواة

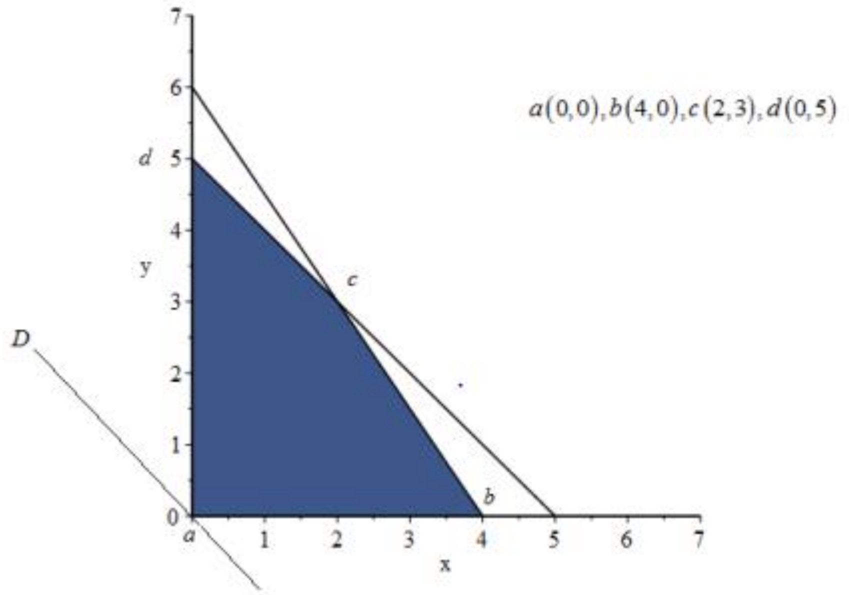
3x+3y=15

9x+6y=36

2- نقوم بحل القيود

| المستقيم 2 | | المستقيم 1 | |
|---|---|---|---|
| $9X + 6Y = 36$ | | $3X + 3Y = 15$ | |
| x | y | x | y |
| 0 | 6 | 0 | 5 |
| 4 | 0 | 5 | 0 |

3- نرسم المستوى الاحداثي ونحدد علية النقاط




4- نقوم بحل المستقيمات المتقاطعة لإيجاد الحل الأمثل

$$\begin{cases} 3X + 3Y = 15 \\ 9X + 6Y = 36 \end{cases}$$

بعد الحل، نجد: x=2 و y=3.

نحاول إيجاد قيم x و y عند رؤوس المنطقة الملونة ونعوضها في دالة Z ، نوضح ذلك في الجدول التالي:

| $Z = 18X + 15Y$ | **Y** | **X** | **النقطة** |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | a |
| 72 | 0 | 4 | b |
| **81** | **3** | **2** | **c** |
| 75 | 5 | 0 | d |

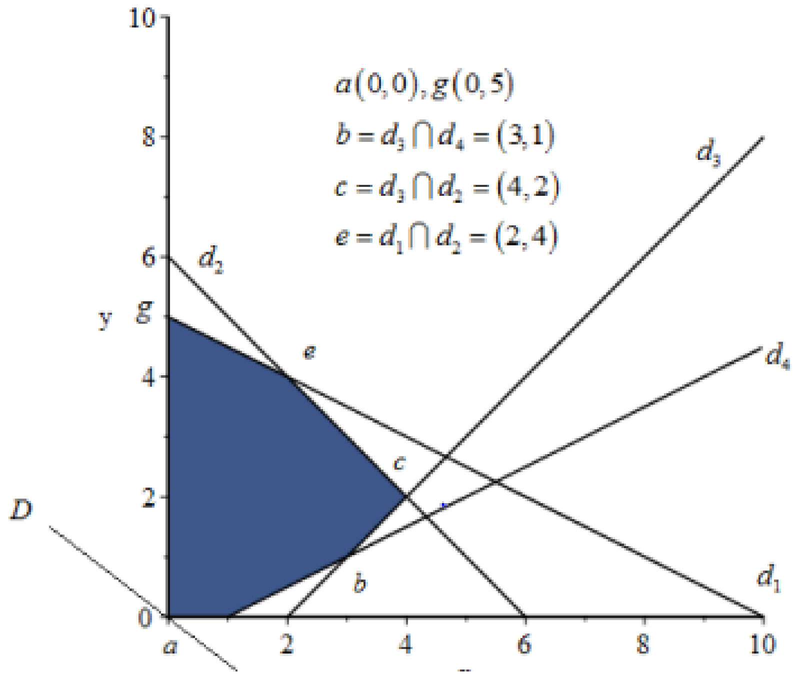
مثال2/ جد الحل الأمثل للنظام الخطي باستعمال طريقة الرسم البياني

Example 2/ Find the optimal solution for the following LP by using graphical method

$$Max\ Z = 6X + 3Y$$
$$3X + 6Y \leq 30$$
$$3X + 3Y \leq 18$$
$$3X - 3Y \leq 6$$
$$3X - 6Y \leq 3$$
$$X \geq 0 \ , \ Y \geq 0$$

الحل/

| المستقيم 4 | | المستقيم 3 | | المستقيم 2 | | المستقيم 1 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3X - 6Y = 3$ | | $3X - 3Y = 6$ | | $3X + 3Y = 18$ | | $3X + 6Y = 30$ | |
| x | y | x | y | x | y | x | y |
| 0 | -0.5 | 0 | -2 | 0 | 6 | 0 | 5 |
| 1 | 0 | 2 | 0 | 6 | 0 | 10 | 0 |




نقوم بحل المستقيمات المتقاطعة لإيجاد نقاط التقاطع

| $Max\ Z\ =\ 6X+3Y$ | Y | X | النقطة |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | a |
| 21 | 1 | 3 | b |
| **30** | **2** | **4** | **c** |
| 15 | 5 | 0 | g |
| 24 | 4 | 2 | e |

نلاحظ أن النقطة x=4 و y=2 ، تحقق أكبر قيمة للمتغير Z ، لأن الدالة هي دالة تعظيم .

فالحل هو:

$$(X=4\ \ ,\ \ Y=2\ \ ,\ \ Z=30)$$

**Example 3:**

Find the optimal solution by using graphical mothed:

Min $Z = 5x_1 + 2x_2$

S.t.

$$2x_1 + 5x_2 \geq 10$$
$$4x_1 - x_2 \geq 12$$
$$x_1 + x_2 \geq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

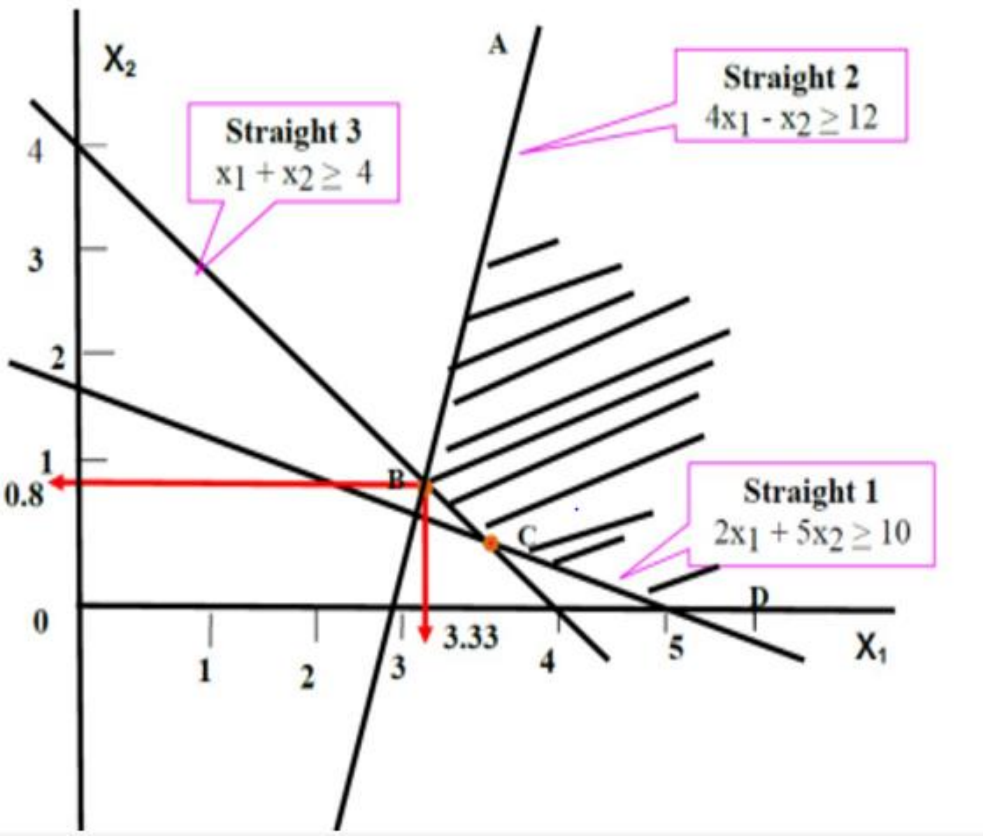
**Solution:**

The same steps as in the first example:

| Straight 1 | |
|---|---|
| $2x_1 + 5x_2 \geq 10$ | |
| $X_1$ | $X_2$ |
| 0 | 2 |
| 5 | 0 |

| Straight 2 | |
|---|---|
| $4x_1 - x_2 \geq 12$ | |
| $X_1$ | $X_2$ |
| 0 | - 12 |
| 3 | 0 |

| Straight 3 | |
|---|---|
| $x_1 + x_2 \geq 4$ | |
| $X_1$ | $X_2$ |
| 0 | 4 |
| 4 | 0 |



- Point **B** is intersection of the straight 2 and the straight 3.

  Use a calculator: ( $x_1$ =16/5=3.2 , $x_2$ =4/5=0.8 )
- Point **C** is intersection of the straight 1 and the straight 3.

  Use a calculator: ( $x_1$ =10/3=3.33 , $x_2$ =2/3=0.66 )

| Point | $X_1$ | $X_2$ | Min $Z=5x_1+2x_2$ | The result |
|---|---|---|---|---|
| B | 3.2 | 0.8 | $Z = 5(3.2)+2(0.8) =$ | 17.6 Min |
| C | 3.33 | .66 | $Z = 5(3.33)+2(0.67) =$ | 18 |

Ex/ Find the optimal solution for the following LP by using graphical method

$$\min z = 10x_1 + 25x_2$$

$$x_1 + x_2 \geq 50$$

$$x_1 \qquad \geq 20$$

$$x_2 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$