جامعة الانبار
كلية التربية الأساسية / حديثة
قسم العلوم العامة / فرع الفيزياء

اسم التدريسي: م.م. عبدالرحمن ظافر صباح

المرحلة الدراسية: الثالثة

الفصل الدراسي: الاول

اسم المادة باللغة العربية: ميكانيك الكم

اسم المادة باللغة الإنكليزية: Quantum Mechanics

اسم المحاضرة باللغة العربية: موجات دي برولي

اسم المحاضرة باللغة الإنكليزية: De Broglie Waves

6-1- الخصائص الموجية للمادة (موجات دي برولي) وحيود الإلكترون:

في بداية القرن العشرين نجح العالم اينشتاين في تفسير الظاهرة الكهروضوئية بالعودة الى النظرية الجسيمية وفرضه ان الضوء عبارة عن جسيمات او كمات سمى كل جسيم او كم بالفوتون فاصبح هنالك غموض هل الضوء موجة ام جسيم ؟ حتى جاء العالم الفرنسي دي برولي في عام 1924 ، وقدم نموذجاً يبين فيه الطبيعة الموجية للمادة؛ فإذا كان الضوء- ذو الطبيعة الموجية – يسلك أحياناً كما لو كان جسيمات، فلماذا لا يكون للمادة طبيعة موجية؟!!

وقد صاغ دي برولي فكرته هذه بصيغة رياضية- اقتبسها من علاقة اينشتاين التي ترتبط بين طول موجة الفوتون λ وكمية حركته p فاذا كان جسيم كتلته m وسرعته v فان كمية حركته $p=mv$ عندئذ فان الجسيم وحسب نموذج دي برولي سيكون له طول موجي λ يعطى بالعلاقة :

$$\lambda = \frac{h}{p} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

ويمكن اثبات ذلك من خلال علاقة اينشتاين بين التردد والطول الموجي :

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\upsilon} \times \frac{h}{h}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} \Rightarrow \lambda = \frac{h\frac{c}{c}}{\frac{E}{c}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

مثال / اشتق رياضيا السلوك المزدوج للفوتون (للضوء) ؟ او اثبت رياضيا علاقة الطول الموجي لدي برولي ؟

$$E = h\upsilon \quad \text{..... (1)} \quad [\text{ ماكس بلانك }]$$

$$E = mc^2 \quad \text{.....(2)} \quad [\text{اينشتاين}]$$

$$\Rightarrow h\upsilon = mc^2$$

$$h\,\frac{c}{\lambda} = m\,c^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{mc}$$

حيث $p = mc$ $\qquad \Rightarrow \{\lambda\} = \{\frac{h}{p}\}$ ..... (i)

السلوك الموجي للفوتون — السلوك الجسيمي (الدقائقي) للفوتون

من معادلة (i) نلاحظ ان الضوء يسلك سلوك مزدوج وهو سلوكاً موجياً وسلوكاً دقائقياً أي ان الضوء هو عبارة عن موجة وفي نفس الوقت هو عبارة عن جسيم.

مثال / احسب الطول الموجي لكرة كتلتها 0.14 kg وسرعتها 40 m/sec وقارن هذا الطول الموجي مع طول موجة الكترون سرعته 1.00% من سرعة الضوء ؟

الحل /

كمية الحركة للكرة هي : $p=mc_o= 0.14 \times 40 = 5.6\ kg.m.s^{-1}$

الطول الموجي حسب معادلة دي برولي :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{5.6} = 1.2 \times 10^{-34} m$$

نلاحظ أن هذا الطول الموجي متناهي في الصغر، نوجد الآن كمية حركة الإلكترون:

$$p=m_e v = 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8} \times 0.01 = 2.73 \times 10^{-24}\ kg.m.s^{-1}$$

طول موجة دي برولي للإلكترون هو :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2.73 \times 10^{-24}} = 2.43 \times 10^{-10} m = 243 pm$$

حيث ان pm يساوي (10^{-12} m) من خلال هذه القيمة، يتضح لنا أن طول موجة دي برولي للإلكترون مقاربة لطول موجة الأشعة السينية. وهذا يعني أن الإلكترون سيسلك كما لو كان أشعة سينية.!! أما بالنسبة للكرة فإن طول موجة دي برولي لها قصير جداً مقارنة بالأبعاد الذرية.

مثال/ اثبت انه $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$ **؟**

$$\lambda = \frac{c}{v}\Big] \times \frac{h}{h} \Rightarrow \lambda = \frac{ch}{vh} \Rightarrow \lambda = \frac{ch}{E} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\frac{E}{c}}$$

$$\because p = \frac{E}{c}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E = \frac{p^2}{2m}$$

$$p = \sqrt{2mE} \Rightarrow \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2mE}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

مثال/ كم هي طول موجة الكترون طاقته (1eV) وكم هي الطاقة اللازمة للحصول على نفس الطول الموجي من النيوترون ؟

$$E = h\upsilon \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.623 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{1 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 12.42 \times 10^{-7}\text{m}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.623 \times 10^{-34}}{12.42 \times 10^{-7}} = 5.33 \times 10^{-28}\ (\text{J} \cdot \frac{\sec}{m})$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(5.33 \times 10^{-28})^2}{2 \times 1.67 \times 10^{-27}} = 8.51 \times 10^{-29}\ (Joule)$$

1-6-1- سرعة موجة دي برولي

ان سرعة انتشار موجة دي برولي يرمز لها بالرمز w وتكتب بالعلاقة :

$$w = v\,\lambda \qquad \text{.....} \quad \textbf{(1)}$$

من طول موجة دي برولي :

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{h}{m\,v} \qquad \text{.....} \quad (2)$$

من معادلة ماكس بلانك :

$$E = h\upsilon$$

$$\upsilon = \frac{E}{h} \text{.....} (3)$$

الطاقة من معادلة اينشتاين :

$$E = mc^2 .....(4)$$

نعوض معادلة (4) في معادلة (3) نحصل على :

$$\upsilon = \frac{mc^2}{h} .....(5)$$

نعوض المعادلتين (5) و (2) في معادلة (1) :

$$w = \frac{h}{m\upsilon}\frac{mc^2}{h} = \frac{c^2}{\upsilon}$$

ومن هذه العلاقة يتضح ان سرعة الموجة اكبر بكثير من سرعة الجسيم وبالتالي فان سرعة الموجة تسبق الجسيم حيث ان سرعة الموجة اقل دوماً من سرعة الضوء في الفراغ وهذا يعني ان موجة دي برولي تسير بسرعة اكبر من سرعة الضوء .

مثال / ما هو طول موجة دي برولي لإلكترون طاقته 50 eV ؟

الحل:

$$E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p^2 = 2mE \Rightarrow p = \sqrt{2mE} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2mEc^2}}{c}$$

$$\because p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\therefore p = \frac{h}{\lambda} = \frac{\sqrt{2mEc^2}}{c} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\sqrt{2(mc^2)E}} = \frac{1240(eVnm)}{\sqrt{2(0.511\times10^6)(50eV)}} = 0.17nm$$

مثال / ما هو طول موجة دي برولي لكرة تنس كتلتها 70g وسرعتها $25\ m.sec^{-1}$ ؟

الحل/

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63\times10^{-34}\,J.\sec}{(0.07kg)(25\frac{m}{\sec})} = 3.8\times10^{-34}\,m$$

مثال/ ما هو طول موجة دي برولي لحاملات الشحنة في معدن مثالي ؟علما أن الطاقة الحركية لحاملات الشحنة من مرتبة 5 إلكترون فولت(طاقة فيرمي)؟

الحل/

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2Em_e}} = \frac{hc}{\sqrt{2Em_ec^2}}$$

$$\lambda = \frac{1240eV\ .nm}{\sqrt{2\times5eV\ \times5\times10^5eV}} = 0.55nm$$

مثال: احسب طول موجة النيوترون علما ان طاقته الحركية لحظة تحرره من النواة تساوي 10MeV ؟

الحل/

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2 \times \frac{m}{m}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE} = \sqrt{2(940\frac{MeV}{c^2})10MeV} = 140\frac{MeV}{c}$$

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{1240eV\ .nm}{140\times10^6 eV} = 9\times10^{-15}m = 9fm$$

H.W/ احسب طول موجة كرة السلة ذات الكتلة (0.2 kg) وسرعتها ($10\ \frac{m}{sec}$) ؟

H.W/ احسب طول موجة الكوارك الذي يمتلك طاقة حركية مقدارها 2000MeV ؟

H.W / ما المقصود بالكوارك ؟