محاضرة رقم 11	
الكلية	كلية التربية الأساسية حديثة
القسم	معلم الصفوف الاولى
المادة باللغة الانجليزية	Mathematics
المادة باللغة العربية	الرياضيات
المرحلة	الاولى
اسم التدريسي	أنور احمد صالح
عنوان المحاضرة باللغة الانجليزية	Linear system and matrices
عنوان المحاضرة باللغة العربية	النظام الخطي والمصفوفات
رقم المحاضرة	الحادي عشر
المصادر والمراجع	مدخل الى المنطق الرياضي (الأخضر قريسي)
	المصفوفات النظرية والتطبيق / مجدي الطويل
	كتاب التفاضل والتكامل / دكتور رمضان واحمد عبد العال

النظام الخطي والمصفوفات

النظام الخطي .

يمكن نمثل الخط في المستوى (x,y) جبريا بواسطة المعادلة التالية

$$a_1x + a_2y = b$$

وتسمى هذه المعادلة بالمعادلة الخطية في متغيرين (y,x) وبشكل عام تعرف المعادلة الخطية في n متغير ($x_1, x_2, \ldots$) بأنها معادلة يمكن التعبير عنها بالصورة التالية

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots\ldots a_nx_n = b$$

حيث $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_n$ ثوابت حقيقية وحلول هذه المعادلة الخطية هو متتابعة من n من الاعداد ($s_1, s_2, s_3, \ldots\ldots, s_n$) بحيث تحقق المعادلة عند اجراء التعويض

$(x_1 = s_1, x_2 = s_2, x_3 = s_3, \ldots\ldots, x_n = s_n)$

وبصورة عامة نقصد بنظام متكون من m من المعادلات الخطية و n من المجاهيل بالنظام الخطي او منظومة خطية وهي عبارة عن مجموعة m من المعادلات الخطية لكل منها n من المجاهيل ويعبر عن النظام الخطي بشكل عام

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 + \ldots\ldots\ldots + & a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}\,x_2 & + & a_{23}x_3 + \ldots\ldots\ldots + & a_{2n}x_n & = b_2 \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}\;x_2 & + & a_{m3}x_3 + \ldots\ldots\ldots + & a_{mn}x_n & = b_m \end{bmatrix}$$

هنالك عدة أساليب لحل مثل هذه الأنظمة الخطية ومنها المصفوفات

وتدعى a_{ij} في منظومة المعادلات الخطية أعلاه بالثوابت ويمكن حل مثل هذه السلسلة من المعادلات الخطية بطريقة المصفوفات وكتابة النظام الخطي للمعادلات أعلاه بالشكل التالي

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots\ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots\ldots\ldots a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots\ldots\ldots a_{mn} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_n \end{bmatrix} \;,\; B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_m \end{bmatrix}$$

وعلية فان النظام الخطي يمكن ان يكتب بصيغة مصفوفة كالاتي

AX=B

وتدعى المصفوفة A بمصفوفة المعاملات للنظام الخطي أعلاه وتدعى المصفوفة التالية بالمصفوفة الموسعة للنظام الخطي وتكتب بالشكل

$[A{:}B]$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots\ldots\ldots a_{1n} & \vdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots\ldots\ldots a_{2n} & \vdots & b_2 \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots\ldots\ldots a_{mn} & \vdots & b_m \end{bmatrix}$$

مثال / جد مصفوفة المعاملات والمصفوفة الموسعة والنظام الخطي لنظام المعادلات الخطية التالية

$$2x + 3y - 4z = 5$$
$$-2x \qquad + z = 7$$
$$3x + 2y + 2z = 3$$

الحل /

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \;,\; B = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

وعلية فأن المصفوفة A تمثل مصفوفة المعاملات اما المصفوفة الموسعة فهي عبارة عن

$[A:B]$ وتكتب بالشكل

$$\left[\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \end{array}\right]$$

اما النظام الخطي المعطى بصيغة المصفوفة

AX=B

فيكتب بالشكل التالي

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

مثال /

جد معادلات خطية مناظرة للمصفوفة الموسعة التالية

$$\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & -1 & \mathbf{2} \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{array}\right]$$

الحل / المعادلات الخطية للمصفوفة الموسعة أعلاه هي

$$x \quad -z = 2$$

$$2x + y + z = 3$$

$$-y + 2z = 4$$